ثانوية الأندلس

سلم تصحيح مادة الرياضيات للصف: 3 الثانوي النموذج المسائي

2018 - 2019 ① تاريخ :

40

أولاً: ① (1 $-1 \le \sin x \le 1$ 5

نجمع 2 ثم نقسم على $x > 0$

نقلب $\frac{1}{x} \le \frac{2+\sin x}{x} \le \frac{3}{x}$ 10

$x \geqslant \frac{x}{2+\sin x} \geqslant \frac{x}{3}$

بما أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{3} = +\infty$ 5

حسب الإحاطة $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

(2 $\frac{+\infty}{+\infty}$ عدم تعيين

$f(x) = \frac{\sqrt{x^2(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2})}}{x(1+\frac{2}{x})}$ 5

$\sqrt{x^2} = |x| = x$

$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{2}{x}}$ 10

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{0}$ 5

40

② نثبت أن $\Delta : y = x$ مقارب 5

$f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+2} - x$ 10

عند $+\infty$: $\infty - \infty$ عدم تعيين 5

$f(x) - y_\Delta = \frac{(\sqrt{x^2+2}-x)(\sqrt{x^2+2}+x)}{(\sqrt{x^2+2}+x)}$ 5

$= \frac{x^2+2-x^2}{\sqrt{x^2+2}+x} = \frac{2}{\sqrt{x^2+2}+x}$ 5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - y_\Delta = 0$ 5

ومنه $\boxed{\Delta : y = x}$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

الوضع النسبي، بما أن $\sqrt{x^2+2} > x$

ومنه $f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+2} - x > 0$ 5

إذاً C فوق المقارب Δ .

40

③ $\overline{U} = \frac{\overline{w}\,Z - \overline{Z}}{-i\overline{w}+i} \cdot \frac{w}{w}$ 10

$= \frac{w\overline{w}\,Z - w\overline{Z}}{-iw\overline{w}+iw}$

بما أن $|w| = 1$ فإن $w\overline{w} = 1$ 10

$\overline{U} = \frac{Z - w\overline{Z}}{-i+iw} = \frac{-(w\overline{Z}-Z)}{iw-i}$ 10

ومنه $\overline{U} = -U$ 10

فهو تخيلي بحت .

40

④ بفرض $f(x) = \sqrt{x+3}-2$ | $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$ 5+5

$f(1) = 0$ | $f'(1) = \frac{1}{4}$ 5+5

حسب تعريف العدد المشتق $f'(1) = \lim_{x\to1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \frac{1}{4}$ 10

ومنه $\lim_{x\to1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x\to1} g(x) = \boxed{\frac{1}{4}}$ 10

60

ثانياً: السؤال الأول: $f(0) = 0$

1) نشكل $H = \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ 10

$H = \frac{\frac{2x^2+|x|}{x^2+3}}{x} = \frac{2x^2+|x|}{x(x^2+3)}$

عندما $x > 0$: $H = \frac{2x^2+x}{x(x^2+3)}$ 5

$= \frac{2x+1}{x^2+3}$: $\lim_{x\to0^+} H = \frac{1}{3}$ 5

عندما $x < 0$: $H = \frac{2x^2-x}{x(x^2+3)}$ 5

$= \frac{2x-1}{x^2+3}$: $\lim_{x\to0^-} H = \frac{-1}{3}$ 5

$\neq \lim_{x\to0^+} H$

f لا يقبل الاشتقاق عند (0) ولكن يقبل الاشتقاق من اليمين ويقبل الاشتقاق من اليسار 10

2) نقطة التماس: $(0,0)$ ميل $\frac{1}{3}$ 5

معادلته $\boxed{y = \frac{1}{3}x \; ; \; x \geqslant 0}$ 5

(3 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ 5

أي $\boxed{y=2}$ مقارب أفقي عند $+\infty$ 5

فلا يوجد مقارب مائل في جوار $+\infty$.

60

السؤال الثاني:

$\|\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}\| = \|3\vec{MA}-\vec{MB}-\vec{MC}-\vec{MD}\|$

ومنه $\|3\vec{MG}\| = \|3\vec{MA}-(3\vec{MG})\|$ 15

$\|3\vec{MG}\| = \|3(\vec{MA}+\vec{GM})\|$ 15

$\|\vec{MG}\| = \|\vec{GA}\|$ 15

مجموعة النقاط M هي كرة مركزها G ونصف قطرها $\|\vec{GA}\|$. 15

60

السؤال الثالث: $w = 1+2\sqrt{2}i$ لها نفرض

ومنه $a=1, b=2\sqrt{2}$ وجذره $x+iy$

$x^2+y^2 = 3$ ① $\leftarrow x^2+y^2 = \sqrt{a^2+b^2}$ 10

$x^2-y^2 = 1$ ② $x^2-y^2 = a$ 10

$xy = \sqrt{2}$ ③ $x \cdot y = \frac{b}{2}$ 10

نجمع ① و ② $x^2 = 2 \leftarrow 2x^2 = 4$ 10

لما $x = \sqrt{2}$ ومنه ③ $y = 1$ أول جذر $\sqrt{2}+i$ 10

أما $x = -\sqrt{2}$ ″ ③ $y = -1$ ثاني جذر $-\sqrt{2}-i$ 10

60

السؤال الرابع :

5+5 1) $Z_1 = 1+i$ $r=\sqrt{2}, \theta=\frac{\pi}{4}$

5 ومنه $Z_1 = \sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{4} i}$

5+5 $Z_2 = 1+\sqrt{3} i$ $r=2, \theta=\frac{\pi}{3}$

5 $Z_2 = 2 e^{\frac{\pi}{3} i}$

10 $Z_1 . Z_2 = 2\sqrt{2}\, e^{\frac{7\pi}{12} i}$

10 2) $Z_1 . Z_2 = (1+i)(1+\sqrt{3} i)$

$= 1-\sqrt{3} + i(1+\sqrt{3})$

5 3) $\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{x}{r} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

5 $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{y}{r} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

100

ثالثاً : المسألة الأولى :

5 1) $f(x) - y_\Delta = \frac{1}{x^2}$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) - y_\Delta = 0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - y_\Delta = 0$

5 ومنه $\boxed{\Delta : y = 2x-1}$ مقارب مائل في جوار $\mp\infty$

5 2) f مستمر واشتقاقي على كل من المجالين

$]-\infty, 0[,]0, +\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty , \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x\to0^-} f(x) = +\infty , \lim_{x\to0^+} f(x) = +\infty$

5 ومنه $\boxed{x=0}$ مقارب ينطبق على $y'y$ عند $+\infty$

10 $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}$

5 $f'(x)=0$ ومنه $\boxed{x=1}$: $f(1) = \boxed{2}$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

5 (marks beside $f'(x)$ and $f(x)$ rows: 5, 5)

5 $f(1) = 2$ قيمة صغرى محلياً.

5 3) $f(]-\infty, 0[) =]-\infty, +\infty[\ni 0$

f مستمر ومطرد تماماً في المجال فيوجد حل وحيد فيه

5 لا يوجد حل $f(]0,1[) =]2, +\infty[\not\ni 0$

لا يوجد حل $f([1,+\infty[) = [2, +\infty[\not\ni 0$

للمعادلة حل وحيد.

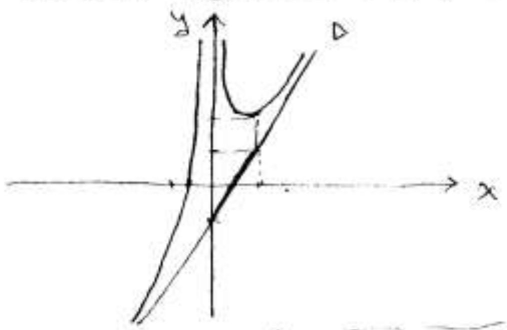
5 $f(-1) = -2 , \lim_{x\to0^-} f(x) = +\infty$

5 بما أن $f(-1) \times \lim_{x\to0^-} f(x) < 0$

فإن الحل الوحيد ينتمي للمجال $]-1, 0[$.

4) رسم Δ : $y = 2x-1$: $(0,-1)$, $(1,1)$

15



100

المسألة الثانية :

5 1) $\overrightarrow{AB}(-2,-1,0)$ غير مرتبطين

5 $\overrightarrow{AC}(-5,-1,1)$

5 $\overrightarrow{AD}(-6,0,2)$

5 $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \rightarrow \begin{cases} -2\alpha-5\beta=-6 & ① \\ -\alpha-\beta=0 & ② \\ 0+\beta=2 & ③ \end{cases}$

من ③ $\beta=2$ ، من ② $\alpha=-2$ و ① محققة أيضاً

10 $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

5 الأشعة مرتبطة خطياً فالنقاط A, B, C, D تقع في نفس المستوي P .

5 2) $\overrightarrow{AE}(-4,-2,5)$

10 $\overrightarrow{AE} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \rightarrow \begin{cases} -2\alpha-5\beta=-4 & ① \\ -\alpha-\beta=-2 & ② \\ 0+\beta=5 & ③ \end{cases}$

من ③ $\beta=5$

10 من ② $\alpha=3$

5 ولكن ① غير محققة

5 الأشعة ليست مرتبطة فالنقطة E لا تنتمي للمستوي P

5 3) $\overrightarrow{AM}(x-7, y-1, \quad)$

10 $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC} \rightarrow \begin{cases} -2\alpha-5\beta=x-7 & ① \\ -\alpha-\beta=y-1 & ② \\ 0+\beta=1 & ③ \end{cases}$

5 من ③ $\beta=1$ نعوض في ① و ②

$-2\alpha-5 = x-7 \quad (*)$

5 $-\alpha-1 = y-1 \rightarrow \alpha=-y$

نعوض في $(*)$ $2y-5 = x-7$

5 $\boxed{2y - x + 2 = 0}$